Coordonnées Cartésiennes et vecteurs dans le plan

6 novembre 2015

Problème 1. Pour chaque droite du plan dans la liste, donner
— les coordonnées de deux points qui appartiennent à la droite ;
— les coordonnées d'un vecteur orthogonale à la droite ;
— la distance entre la droite et l'origine des axes.
Pour chaque équation, faire un dessin qui représente la droite et les éléments trouvés dans le plan.

1. $4x + 3y = 0$
2. $6y + 1 = 0$
3. $-x + 2y + 2 = 0$
4. $x = 2$
5. $x - y = 3$
6. $y = 3x + 1$

Problème 2. Pour chaque équation, dire s'il s'agit de l'équation d'un cercle ; si c'est le cas, trouver le rayon du cercle et les coordonnées du centre.

1. $x^2 + y^2 - 2y - 48 = 0$
2. $x^2 + y^2 - 2 = 0$
3. $x + y^2 - 1 = 0$
4. $3x^2 + 2y^2 = 2$
5. $4x^2 + 4x + 4y^2 - 24y + 21 = 0$
6. $x^2 - y^2 - 3 = 0$
7. $(x + y)^2 + (x - y)^2 = 2$
8. $x^2 - 3x + y^2 + 10 = 0$

Problème 3. Calculer la distance entre

1. le point $(3, 2)$ et le point $(-1, 5)$;
2. le point $(3, 2)$ et la droite $-4x + 3y = 0$;
3. le point $(2, 1)$ et la droite $6x - 8y + 3 = 0$
4. l'origine et la droite $-7x + 24y + 5 = 0$;
5. la droite $-7x + 24y + 5 = 0$ et la droite $-7x + 24y + 15 = 0$.

Problème 4. Déterminer l'équation d'un cercle de rayon 5 qui soit tangent à la droite $4x+3y-18 = 0$ en $(3, 2)$; combien de cercles respectent ces conditions ?

Problème 5. Montrer que, si a et b sont nombres réels, pas tous les deux nuls, le vecteur $(a-b, a+b)$ forme un angle de $\pi/4$ avec le vecteur (a, b).

Problème 6. On considère les points A, B, C de coordonnées $(0, 0)$, $(35, -14\sqrt{6})$ et $(24\sqrt{6}, 60)$. Montrer que le triangle ABC est rectangle. Soit H le pied de la hauteur issue du point A ; sans calculer les coordonnées de H, déterminer les longueurs des segments BH, CH et AH (*on pourra inverser la relation* $2\,\text{Aire} = b \cdot h$ *pour l'aire d'un triangle*). Vérifier la relation $BH \cdot CH = AH^2$ (théorème d'Euclide).